MATHÉMATIQUES 3e

Devoirs n° 5 (Algèbre) et n° 6 (géométrie)

Les deux devoirs sont à faire sur des copies différentes. On mettra les copies l'une dans l'autre.
La calculatrice est autorisée et indispensable.
Le soin, la clarté d'expression et de rédaction ainsi que la qualité des constructions et du langage mathématique seront pris en compte.

DURÉE 1h 50.

Devoir n° 5 - ALGEBRE

EX 1. Calcul numérique

Les Relatifs - Les fractions

Soit $A = 1 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right)$ et $B = \dfrac{3 - \frac{5}{2}}{1 + \frac{1}{5}}$

1. En faisant apparaître les différentes étapes de calcul, écrire A et B sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

2. Calculer les quatre-cinquièmes de $\dfrac{35}{8}$

On appellera C le résultat donné sous forme de fraction la plus simple possible.

3. Montrer que la somme A + B + C est un nombre entier.

EX 2. Calcul numérique

Les puissances

Soit $D = 0{,}384 \times 10^5 + 280 \times 10^{-3}$ et $E = \dfrac{2 \text{ x } 10^7 \text{ x } 35 \text{ x } 10^{-3}}{5 \text{ x } (10^{-3})^2}$.

Calculer D et E. Donner l'écriture scientifique de D et de E.

EX 3. Calcul numérique et littéral

A - On donne les deux programmes de calculs suivants :

Programme 1

a) Choisir un nombre
b) Multiplier ce nombre par 3
c) Retrancher 5
d) Elever au carré
e) Retrancher 25

Programme 2

a) Choisir un nombre
b) Multiplier ce nombre par 3
c) Retrancher 10
d) Multiplier par le triple du nombre choisi.

1) Appliquer les deux programmes aux nombres suivants et vous compléterez le tableau avec les résultats trouvés sans justifications.

a) Le nombre choisi est 7 ;
b) Le nombre choisi est -5 ;
c) Le nombre choisi est $\dfrac{2}{3}$

nombre	Programme1	Programme2
7		
-5		
2/3		

2) Démontrer, en utilisant les développements, que si on choisit le même nombre x, les programmes 1 et 2, appliqués à x, aboutissent toujours au même résultat.

B- *Développer et réduire :*

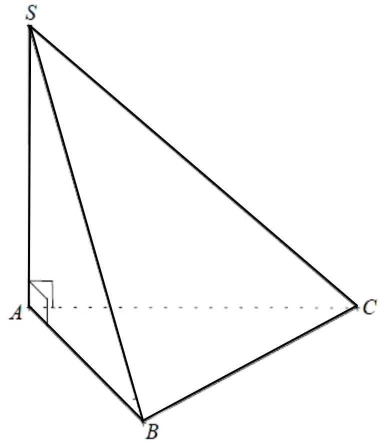
a) $(3x + 5)^2 + 7x\,(x - 2)$ et **b)** $(11x - 3)(x - 1) - (6x - 1)^2$

C- *Equations :*

Résoudre les équations : **1°)** $2x + 37 = 11$ et **2°)** $-4x + 13 = 2x + 37$

Devoir n° 6 - **GEOMETRIE**

EX 1. PYTHAGORE – patron pyramide



Le dessin ci-contre représente une pyramide *SABC* de hauteur *SA* = 6 cm et dont la base est un triangle *ABC* avec *AC* = 5 cm, *AB* = 3 cm et *BC* = 4 cm
Les triangles SAB et SAC sont rectangles en A.

1. Calculer les longueurs SB et SC *(on donnera la valeur exacte puis la valeur approchée au mm près).*

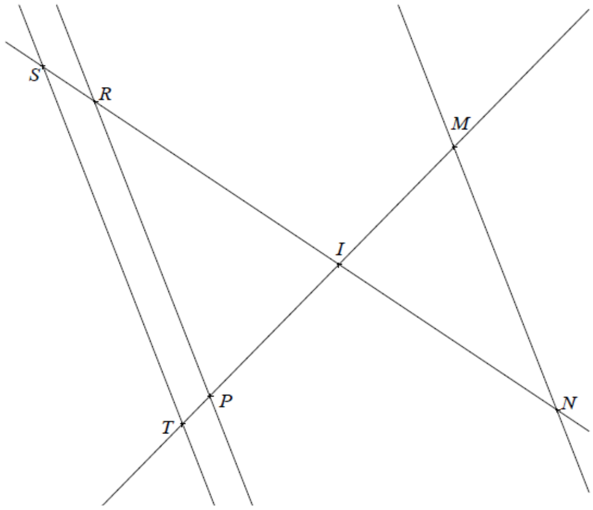
2. Montrer que le triangle *ABC* est rectangle en B.

3. Calculer l'aire du triangle *ABC* puis le volume de la pyramide *SABC*.

4. Dessiner un patron de cette pyramide.

Rappel : Le Volume d'une pyramide est $\dfrac{\text{base x hauteur}}{3}$

EX 2.THALES



Sur la figure ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur :
IR = 8 cm *RP* = 10 cm *IP* = 4, 8 cm
IM = 4 cm *IS* = 10 cm *IN* = 6 cm *IT* = 6 cm
(On ne demande pas de refaire la figure)

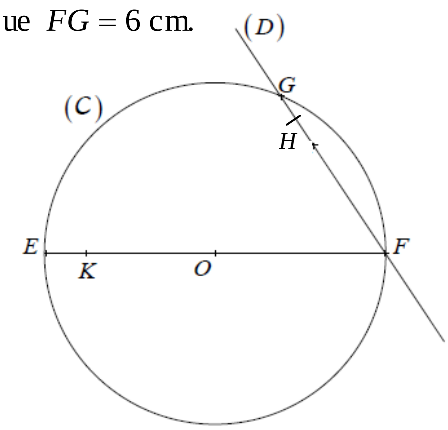
1. Démontrer que les droites (*ST*) et (*RP*) sont parallèles.

2. En déduire *ST*.

3. Les droites (*MN*) et (*ST*) sont-elles parallèles ? Justifier.

EX 3.THALES

Soit (*C*) le cercle de centre *O* dont le diamètre [*EF*] mesure 10 cm.
Une droite (*D*), passant par le point *F*, coupe de cercle (*C*) en un point *G* tel que *FG* = 6 cm.
La figure ci-contre n'est pas dessinée en vraie grandeur.



1. Faire la figure en vraie grandeur.

2. a) Expliquer pourquoi le triangle *EFG* est un triangle rectangle en *G*.
b) Démontrer que *EG* = 8 cm.

3. *H* est le point du segment [*FG*] tel que : *FH* = 5, 4 cm et *K* le point du segment [*EF*] tel que *FK* = 9 cm.
Les droites (*EG*) et (*HK*) sont-elles parallèles ?
Justifier la réponse donnée.

Feuille de correction (avec barème) à mettre dans la copie (ne pas coller).

Nom: **Prénom:** **Classe:**

ALGÈBRE

Exercices	Objectifs	Notation
EX 1	Les relatifs - Les fractions .... ………………	sur **4,5** pt *{ 1,5 ; 1,5 ;1; 0,5 }*
EX 2	Puissances .... ………………	sur **3,5** pt *{ 1 ; 1,5 ; 1 }*
EX 3	A) Programme - calculer ……......... ………………	sur **4,5** pt *{ 2 ; 2,5 }*
	B) Développer – Réduire ……......... ………………	sur **3,5** pt *{ 1,5 ; 2 }*
	C) Equations ………….......... ………………	sur **3** pt *{ 1,5 ; 1,5 }*
Qualité de la rédaction	....	sur **1** pt

Total ALGÈBRE .... **sur 20**

GÉOMÉTRIE

Exercices	Objectifs	Notation
EX 1	Pythagore et patron .... }……………	sur **8** pt *{ 2 ; 2 ; 2 ; 2 }*
EX 2	Thalès ………………….….... …….......................	sur **5** pt *{ 2 ; 1,5 ; 1,5 }*
EX 3	Thalès ....………......................... ….	sur **5,5** pt *{ 1,5 ; 1,5 ; 1 ; 1,5 }*
Qualité de la rédaction	....	sur **1,5** pt

Total GÉOMÉTRIE .... **sur 20**

Correction du Devoir

Devoir n° 5 - ALGEBRE

EX 1. Calcul numérique

Les Relatifs - Les fractions

1. En faisant apparaître les différentes étapes de calcul, écrire A et B sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

$$A = 1 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right) = 1 - \left(\frac{8}{12} + \frac{3}{12}\right) = 1 - \frac{11}{12} = \frac{12}{12} - \frac{11}{12} = \boxed{\frac{1}{12}}$$ ***(1,5 pt)***

$$B = \frac{3 - \frac{5}{2}}{1 + \frac{1}{5}} = \frac{\frac{6}{2} - \frac{5}{2}}{\frac{5}{5} + \frac{1}{5}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{6}{5}} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{6} = \boxed{\frac{5}{12}}$$ ***(1,5 pt)***

2. Calculer les quatre-cinquièmes de $\frac{35}{8}$

On appellera C le résultat donné sous forme de fraction la plus simple possible.

$$C = \frac{4}{5} \times \frac{35}{8} = \frac{4 \times 7 \times 5}{5 \times 4 \times 2} = \boxed{\frac{7}{2}}$$ ***(1 pt)***

3. Montrer que la somme A + B + C est un nombre entier.

$$A + B + C = \frac{1}{12} + \frac{5}{12} + \frac{7}{2} = \frac{1}{12} + \frac{5}{12} + \frac{42}{12} = \frac{48}{12} = \boxed{4}$$ ***(0,5 pt)***

EX 2. Calcul numérique

Les puissances

Calculer D et E.

$$D = 0{,}384 \times 10^5 + 280 \times 10^{-3} = 38\,400 + 0{,}280 = \boxed{38\,400{,}280}$$ ***(1 pt)***

$$E = \frac{2 \times 10^7 \times 35 \times 10^{-3}}{5 \times (10^{-3})^2} = \frac{70 \times 10^4}{5 \times 10^{-6}} = \frac{70}{5} \times \frac{10^4}{10^{-6}} = 14 \times 10^{[4-(-6)]}$$

$$= \boxed{14 \times 10^{10}} \text{ ou } \boxed{140\,000\,000\,000}$$ ***(1,5 pt)***

Donner l'écriture scientifique de **D** et de **E**.

$D = \boxed{3.840\,028 \times 10^4}$ *(écriture scientifique)* ***(0,5 pt)***

$E = 14 \times 10^{10} = \boxed{1{,}4 \times 10^{11}}$ *(écriture scientifique)* ***(0,5 pt)***

EX 3. Calcul numérique et littéral

A - On donne les deux programmes de calculs suivants :

Programme 1
a) Choisir un nombre
b) Multiplier ce nombre par 3
c) Retrancher 5
d) Elever au carré
e) Retrancher 25

Programme 2
a) Choisir un nombre
b) Multiplier ce nombre par 3
c) Retrancher 10
d) Multiplier par le triple du nombre choisi.

1) Appliquer les deux programmes aux nombres suivants et vous compléterez le tableau avec les résultats trouvés sans justifications.

a) Le nombre choisi est 7 ;

b) Le nombre choisi est -5 ;

c) Le nombre choisi est $\frac{2}{3}$

(2 pt)

nombre	Programme1	Programme2
7	$(7\times3-5)^2-25 = 16^2-25 =$ $256-25 = \boxed{231}$	$(7\times3-10)\times21 = 11\times21 = \boxed{231}$
-5	$(-5\times3-5)^2-25 = (-20)^2-25 =$ $400-25 = \boxed{375}$	$(-5\times3-10)\times21 = (-25)\times(-15) =$ $\boxed{375}$
2/3	$(\frac{2}{3}\times3-5)^2-25 = (-3)^2-25 =$ $9-25 = \boxed{-16}$	$(\frac{2}{3}\times3-10)\times21 = (-8)\times\frac{6}{3} = \boxed{-16}$

2) Démontrer, en utilisant les développements, que si on choisit le même nombre x, les programmes 1 et 2, appliqués à x, aboutissent toujours au même résultat.

Programme 1 : $(x\times3-5)^2 - 25 = (3x-5)^2 - 25 = (9x^2 + 25 - 2\times3x\times5) - 25 =$

$= 9x^2 + 25 - 30x - 25 = \boxed{9x^2 - 30x}$ ***(1,5 pt)***

Programme 2 : $(x\times3-10)\times3x = (3x-10)3x = \boxed{9x^2 - 30x}$ ***(1 pt)***

On constate donc que les programmes 1 et 2 donnent le même résultat **$9x^2 - 30x$**

B- *Développer et réduire :*

a) $(3x+5)^2 + 7x(x-2) = (9x^2 + 25 + 30x) + (7x^2 - 14x) = 9x^2 + 25 + 30x + 7x^2 - 14x$

$= \boxed{16x^2 + 16x + 25}$ ***(1,5 pt)***

b) $(11x-3)(x-1) - (6x-1)^2 = (11x^2 - 11x - 3x + 3) - (36x^2 + 1 - 12x)$

$= 11x^2 - 11x - 3x + 3 - 36x^2 - 1 + 12x = \boxed{-25x^2 - 2x + 2}$ ***(2 pt)***

C- *Equations :*

Résoudre les équations :

1°) $2x + 37 = 11$ soit

$2x + 37 - 37 = 11 - 37$;

$2x = -26$;

$x = -26/2$;

$\boxed{x = -13}$ ***(1,5 pt)***

2°) $-4x + 13 = 2x + 37$ soit

$-4x + 13 + 4x = 2x + 37 + 4x$;

$13 = 6x + 37$;

$13 - 37 = 6x + 37 - 37$;

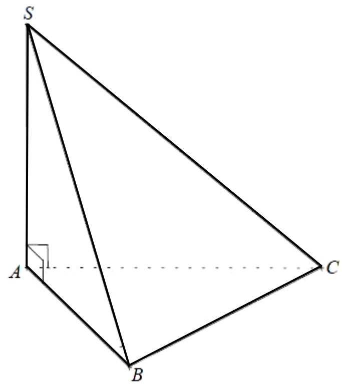
$-24 = 6x$;

$-24/6 = x$;

$\boxed{x = -4}$ ***(1,5 pt)***

Devoir n° 6 - **GEOMETRIE**

EX 1. PYTHAGORE – patron pyramide



Le dessin ci-contre représente une pyramide *SABC* de hauteur *SA* = 6 cm
et dont la base est un triangle *ABC* avec *AC* = 5 cm, *AB* = 3 cm et *BC* = 4 cm
Les triangles SAB et SAC sont rectangles en A.

1. Calculer les longueurs SB et SC *(on donnera la valeur exacte puis la valeur approchée au mm près).*

Dans le triangle SAB, rectangle en A, en appliquant le théorème de Pythagore

on obtient : $SB^2 = SA^2 + AB^2$; $SB^2 = 6^2 + 3^2 = 36 + 9 = 45$

SB = $\boxed{\sqrt{45} \approx 6{,}7 \text{ cm}}$ *au mm près.* ***(1 pt)***

De même dans le triangle SAC, rectangle en A, en appliquant le théorème de Pythagore

on obtient : $SC^2 = SA^2 + AC^2$; $SC^2 = 6^2 + 5^2 = 36 + 25 = 61$

SB = $\boxed{\sqrt{61} \approx 7{,}8 \text{ cm}}$ *au mm près.* ***(1 pt)***

2. Montrer que le triangle *ABC* est rectangle en B.

Le triangle ABC est un triangle du maçon « 3-4-5 » (*on sait donc qu'il est rectangle mais il faut tout de même le démontrer de nouveau !*).

AC est le plus grand côté : $AC^2 = 5^2 = \mathbf{25}$

$AB^2 + BC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = \mathbf{25}$

D'une part on a $AC^2 = 25$ et d'autre part $AB^2 + BC^2 = \mathbf{25}$.
Ceci prouve que $AC^2 = AB^2 + BC^2$ et, d'après la réciproque de Pythagore, que le triangle ABC est rectangle en B ***(2 pt)***

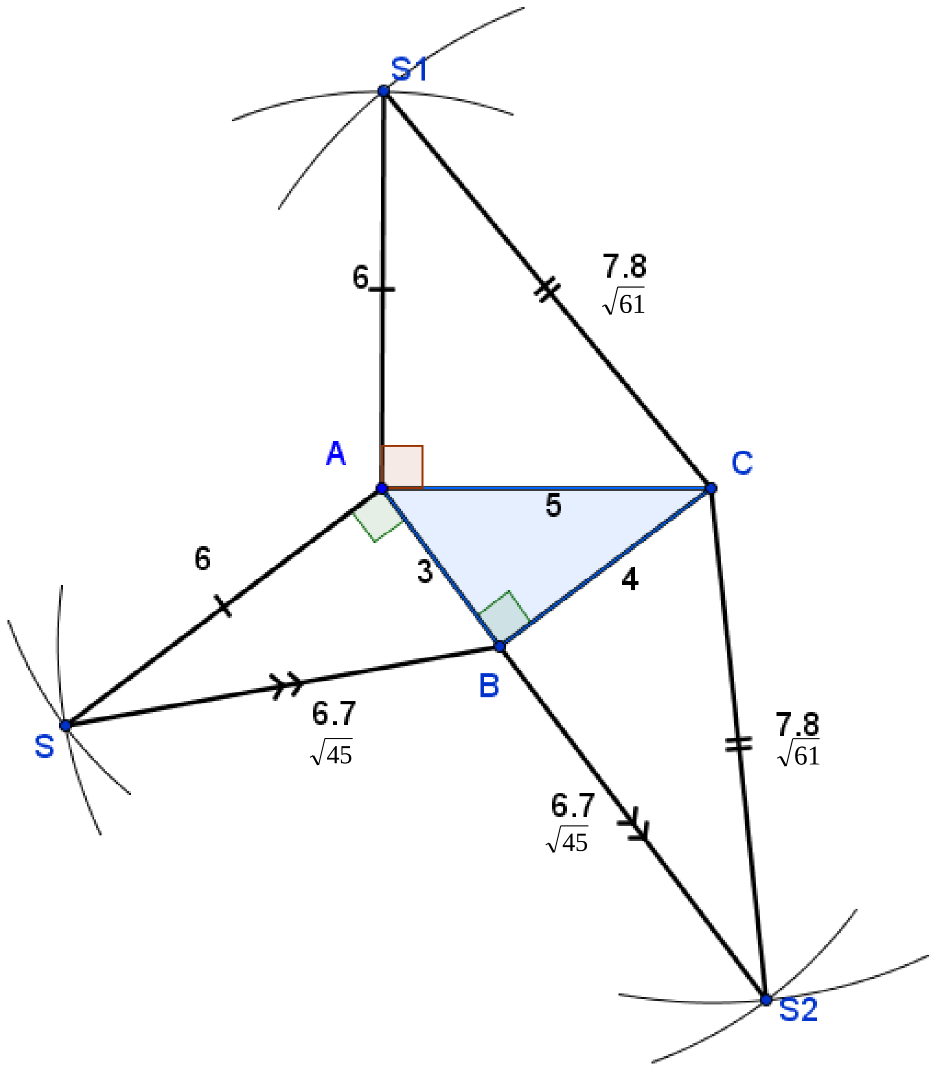
3. Calculer l'aire du triangle *ABC* puis le volume de la pyramide *SABC*.

Pour calculer l'aire d'un triangle rectangle il faut multiplier les deux côtés de l'angle droit et diviser par 2

$$Aire(\mathbf{ABC}) = \frac{BA \times BC}{2} = \frac{3 \times 4}{2} = \boxed{6 \text{ cm}^2}$$ ***(1 pt)***

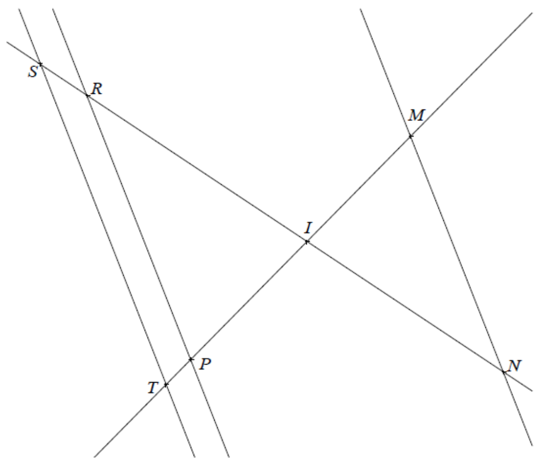
$$Volume(\mathbf{SABC}) = \frac{aire\ de\ base\ X\ hauteur}{3} = \frac{\mathbf{6 \times 6}}{\mathbf{3}} = \boxed{12 \text{ cm}^3}$$ ***(1 pt)***

4. Dessiner un patron de cette pyramide.



EX 2.THALES

Sur la figure ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur :
IR = 8 cm RP = 10 cm IP = 4, 8 cm
IM = 4 cm IS = 10 cm IN = 6 cm IT = 6 cm
(On ne demande pas de refaire la figure)



1. Démontrer que les droites (ST) et (RP) sont parallèles.

Les points I,R,S et I,P,T sont alignés dans le même ordre.

$$\frac{IR}{IS} = \frac{\mathbf{8}}{\mathbf{10}} = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}} \text{ ou } \mathbf{0{,}8} \quad ; \quad \frac{IP}{IT} = \frac{\mathbf{4{,}8}}{\mathbf{6}} = \mathbf{0{,}8}$$

Comme $\frac{IR}{IS} = \frac{IP}{IT} = 0{,}8$, d'après la réciproque de Thalès ceci prouve que les droites (ST) et (RP) sont parallèles. ***(2 pt)***

2. En déduire *ST*.

Puisque les droites (ST) et (RP) sont parallèles, on peut appliquer le théorème direct de Thalès dans le triangle IST, avec les parallèles (ST) et (RP) :

$\frac{IR}{IS} = \frac{RP}{ST} = \frac{IP}{IT}$ soit $\frac{\mathbf{8}}{\mathbf{10}} = \frac{\mathbf{10}}{ST}$; 8 x ST = 10 x 10 ; ST = 100/8 = **12,5 cm** ***(1,5 pt)***

3. Les droites (*MN*) et (*ST*) sont-elles parallèles ? Justifier.

Les points S,I,N et T,I,M sont alignés dans le même ordre.

$\frac{IM}{IT} = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{6}} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}$ et $\frac{IN}{IS} = \frac{\mathbf{6}}{\mathbf{10}} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{5}}$

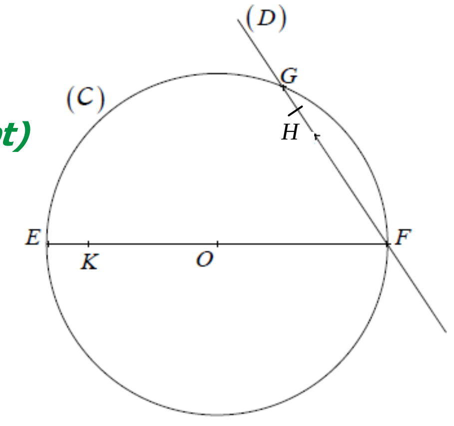
Comme $\frac{IM}{IT} \neq \frac{IN}{IS}$, les droites (MN) et (ST) ne sont pas parallèles d'après la contraposée de Thalès ***(1,5 pt)***

EX 3.THALES

Soit (*C*) le cercle de centre *O* dont le diamètre [*EF*] mesure 10 cm.

Une droite (*D*), passant par le point *F*, coupe de cercle (*C*) en un point *G* tel que *FG* = 6 cm.

La figure ci-contre n'est pas dessinée en vraie grandeur.



1. Faire la figure en vraie grandeur ***(1,5 pt)***

2. a) Expliquer pourquoi le triangle *EFG* est un triangle rectangle en *G* ***(1,5 pt)***

Si on joint un point G d'un cercle aux extrémités E et F d'un diamètre alors on obtient un triangle rectangle en G

b) Démontrer que *EG* = 8 cm ***(1 pt)***

Théorème de Pythagore dans le triangle EFG, rectangle en G :

EF² = EG² + GF² ; 10² = EG² + 6² ; 100 = EG² + 36 ; 100 -36 = EG²

64 = EG² ; EG = $\sqrt{\mathbf{64}}$ = **8 cm**

3. *H* est le point du segment [*FG*] tel que : *FH* = 5, 4 cm et *K* le point du segment [*EF*] tel que *FK* = 9 cm.
Les droites (*EG*) et (*HK*) sont-elles parallèles ?
Justifier la réponse donnée.

Les points F,H,G et F,K,E sont alignés dans le même ordre

D'une part, $\frac{FH}{FG} = \frac{\mathbf{5,4}}{\mathbf{6}} = 0{,}9$

D'autre part, $\frac{FK}{FE} = \frac{\mathbf{9}}{\mathbf{10}} = 0{,}9$

Comme $\frac{FH}{FG} = \frac{FK}{FE}$ ceci prouve, d'après la réciproque de Thalès, que les droites (EG) et (HK) sont parallèles. ***(1,5 pt)***